RAN-2408000604020009

RAN-2408000604020009

S.Y.B.Com. (Sem.-IV) Examination April - 2026

Mathematical Economics-IV (Major) (Paper-IV)

[Total Marks: 50

સૂચના : / Instructions

(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fill up strictly the above details on your answer book

(2) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પુરા ગુણ દર્શાવે છે.
The numbers on the right indicate the full marks for the question.

(3) જરૂરી ગણતરી જવાબના ભાગ રૂપે દર્શાવો.
Show the required calculations as part of the answer.

Seat No.:

Student's Signature

પ્ર. 1. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (કોઈ પણ પાંચ) **10**

1. એક કારખાનામાં વસ્તુના ઉત્પાદન માટે એકમદીઠ ચલિત ખર્ચ રૂ. 12.50 છે અને વાર્ષિક સ્થિર ખર્ચ રૂ. 15,000 છે.
   1. કુલ ખર્ચનું વિધેય મેળવો.
   2. 2500 એકમોના ઉત્પાદન માટે કુલ ખર્ચ અને એકમદીઠ સરેરાશ ખર્ચ શોધો.
2. એક વસ્તુનું ઉત્પાદન ખર્ચ વિધેય $C = 3x^2 + 20x + 1000$ છે. જ્યારે ઉત્પાદન 10 એકમોનું હોય ત્યારે સીમાંત ખર્ચ (MC) અને સરેરાશ ખર્ચ (AC) શોધો.
3. બજાર સમતુલા એટલે શું?
4. જો ત્રણ ચલો વચ્ચેના સહસંબંધાંકો $r_{12} = 0.7$, $r_{13} = 0.6$ અને $r_{23} = 0.4$ હોય, તો બહુચલિય નિશ્ચાયકતા આંક $R^2_{1(23)}$ ની કિંમત શોધો.
5. દર્શાવો કે, $\sigma^2_{1.2} = \sigma^2_1 \, (1 - r^2_{12})$
6. જો ત્રણ ચલો માટે $r_{12} = 0.80$, $r_{13} = 0.60$ અને $r_{23} = 0.70$ હોય, તો આંશિક સહસંબંધાંક $r_{12.3}$. ની કિંમત શોધો.
7. જો $b_{12.3} = 0.64$, $\sigma_{1.3} = 2$, $\sigma_{2.3} = 3$ હોય તો $r_{12.3}$ શોધો.

પ્ર.2.(A) એક દૂધ પ્રોસેસિંગ પ્લાન્ટમાં પનીરના પેકેટ બનાવવા માટેનો દૈનિક કુલ ખર્ચ $C = \frac{x^2}{20} + 40x + 100$ છે (જ્યાં x એ પેકેટની સંખ્યા છે). પનીરની માંગનું વિધેય $x = 300 - 5p$ છે. **5**
1. મહત્તમ નફો મેળવવા માટે દરરોજ કેટલા પનીરના પેકેટ તૈયાર કરવા જોઈએ?
2. મહત્તમ નફાની રકમ કેટલી હશે?

(B) જ્યારે એક ખાસ પ્રકારના સ્માર્ટફોનનો ભાવ ₹ 20,000 હતો ત્યારે તેની માસિક માંગ 500 એકમ હતી. જ્યારે કંપનીએ ઉત્સવની સીઝનમાં ભાવ ઘટાડીને ₹ 15,000 કર્યો ત્યારે માંગ વધીને 800 એકમ થઇ ગઈ. જો સ્માર્ટફોન માટે માંગનું વિધેય $P = \sqrt{a - bx}$ હોય, તો : **5**
1. અચળાંકો a અને b ની કિંમત શોધો.
2. જો કંપની ભાવ ઘટાડીને ₹ 10,000 કરે, તો અપેક્ષિત માંગ (x) કેટલી હશે?

(C) એક વિદ્યાર્થી પાસે સ્ટેશનરી ખરીદવા માટે કુલ ₹ 200 છે. તે નોટબુક (x) અને પેન (y) ખરીદવા માંગે છે. જો એક નોટબુકની કિંમત ₹ 20 અને એક પેનની કિંમત ₹ 10 હોય, અને તેનું તુષ્ટિગુણ વિધેય $u = xy + 4x$ દ્વારા દર્શાવવામાં આવતું હોય, તો તેના બજેટમાં રહીને મહત્તમ તુષ્ટિગુણ મેળવવા માટે તેણે કેટલી નોટબુક અને કેટલી પેન ખરીદવી જોઈએ? **4**

OR

પ્ર. 2.(A) પ્રચલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે, **5**

$\eta = \frac{AR}{AR-MR}$

(B) એક નવી લોન્ચ થયેલી સ્માર્ટવોચ માટે બજારમાં માંગ અને પુરવઠાના વિધેયો નીચે મુજબ છેઃ **5**

માંગ વિધેય $(D) : x = 130 - 4p$

પુરવઠા વિધેય $(S) : p = 10 + \frac{x}{5} + \frac{x^2}{100}$

જ્યાં x એ સ્માર્ટવોચના એકમોની સંખ્યા (હજારમાં) છે અને p એ એકમ દીઠ કિંમત (રૂપિયામાં) છે. બજારમાં આ સ્માર્ટવોચની સમતુલા કિંમત (p) અને સમતુલાનો જથ્થો (x) શોધો.

(C) એક ટેક્સટાઈલ ફેક્ટરીમાં કાપડનું ઉત્પાદન (Q) નીચેના વિધેય દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે : **4**

$Q = kL^{\beta}K^{1-\beta}$

જ્યાં Q એ કાપડના મીટર, L એ મજૂર કલાકો અને K એ મશીનરીના કલાકો છે.

જો 50 મશીન કલાકો પર 1,000 મજૂર કલાકો વાપરતા 2,000 મીટર કાપડ ઉત્પન્ન થાય છે અને તે જ 50 મશીન કલાકો પર 4,000 મજૂર કલાકો વાપરતા 4,000 મીટર કાપડ ઉત્પન્ન થાય છે, તો :

1. અચળાંકો k અને β ની કિંમત શોધો.
2. જો 2,500 મજૂર કલાકો અને 80 મશીન કલાકોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે, તો કાપડના ઉત્પાદનનો અંદાજ મેળવો.

પ્ર. 3.(A) એક સંશોધક, કપાસના પાક પર ખાતર અને સિંચાઈની અસરનો અભ્યાસ કરવા માંગે છે. નીચેની માહિતી પાંચ જુદા જુદા ખેતરોમાંથી મેળવેલ છે : **14**

ખેતર	ખાતર (X_1) (કિલો)	કપાસનું ઉત્પાદન (X_2) (ક્વિન્ટલ)	સિંચાઈ (X_3) (કલાક)
1	5	20	14
2	8	22	16
3	9	27	17
4	11	29	18
5	12	32	20

ગણતરી કરો.

(1) X_2 ની X_1 અને X_3 પરની નિયતસંબંધ સમીકરણ મેળવો.

(2) જો ખાતર (X_1) = 45 કિલો અને સિંચાઈ (X_3) = 20 કલાક હોય, તો ઉત્પાદન (X_2) નું અનુમાન કરો.

(3) આંશિક સહસંબંધાંક $r_{23.1}$ શોધો.

(4) બહુચલિય સહસંબંધાંક $R_{1(23)}$ શોધો.

OR

પ્ર. 3.(A) જો $\overline{X}_1 = 14$, $\overline{X}_2 = 18$, $\overline{X}_3 = 10$, $\sigma_1 = 3$, $\sigma_2 = 5$, $\sigma_3 = 1.5$, $r_{12} = 0.8$, $r_{13} = 0.6$, $r_{23} = 0.5$ હોય તો X_1 નું X_2 અને X_3 પરનું નિયતસબંધ રેખાનું સમીકરણ મેળવો. તથા જો $X_2 = 16$ અને $X_3 = 12$ હોય તો X_1 ની કિમતનું આગણન કરો. **7**

(B) જો $\sigma_1 = 2$, $\sigma_2 = 4$, $\sigma_3 = 0.8$, $r_{12} = 0.45$, $r_{13} = 0.55$ અને $r_{23} = 0.70$ હોય તો $\sigma_{2.13}$ અને $R_{1(23)}$ શોધો. **7**

પ્ર. 4. નીચેનામાંથી કોઈ પણ ત્રણ પ્રશ્નોના જવાબ આપો. **12**

(1) માંગની મુલ્યસાપેક્ષતા સમજાવો અને તેની કિંમતનું અર્થઘટન સમજાવો.

(2) એક સંશોધક હૃદયરોગના જોખમ પર અસર કરતા પરિબળોનું વિશ્લેષણ કરી રહ્યા છે.
200 વ્યક્તિઓના યાદચ્છિક નિદર્શમાંથી નીચે મુજબના સહસંબંધાંક પ્રાપ્ત થયા છે.
બ્લડ પ્રેશર (X_1) અને વ્યક્તિનું વજન (X_2) વચ્ચેનો સહસંબંધ $r_{12} = 0.60$
બ્લડ પ્રેશર (X_1) અને વ્યક્તિની ઉંમર (X_3) વચ્ચેનો સહસંબંધ $r_{13} = 0.75$
વ્યક્તિનું વજન (X_2) અને ઉંમર (X_3) વચ્ચેનો સહસંબંધ $r_{23} = 0.40$
ગણતરી કરો :
(1) ઉંમર (X_3) ની અસરને અચળ રાખીને, બ્લડ પ્રેશર અને વજન વચ્ચેનો આંશિક સહસંબંધાંક $(r_{12.3})$ શોધો.
(2) વજન અને ઉંમર બંનેની સંયુક્ત અસર દર્શાવતો બહુચલિય સહસંબંધાંક $R_{1(23)}$ શોધો.

(3) ત્રણ ચલો માટે નીચે મુજબની વિગતો પ્રાપ્ત છે :
$\overline{X}_1 = 60,\ \overline{X}_2 = 70,\ \overline{X}_3 = 80$
$\sigma_1 = 10, \sigma_2 = 15, \sigma_3 = 20$
$r_{12} = 0.65, r_{13} = 0.45, r_{23} = 0.75$
આ માહિતી પરથી :
(1) નિયતસંબંધાંક $b_{21.3}$ ની કિંમત શોધો.
(2) વિચરણ $\sigma^2_{2.13}$ શોધો.

(4) બહુચલિય સહસબંધાંકની વ્યાખ્યા આપી પ્રચલિત સંકેત અનુસાર સાબિત કરો કે,
$$R^2_{1(23)} = 1 - \frac{\sigma^2_{1.23}}{\sigma^2_1}$$

(5) પ્રચલિત સંકેતો અનુસાર સાબિત કરો કે,
$$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{1-r^2_{13}}\sqrt{1-r^2_{23}}}$$

ENGLISH VERSION

Q.1. Answer the following questions. (Any five) **10**

1. In a factory, the variable cost per unit for production is 12.50 and the annual fixed cost is 15,000.
   1. Obtain the total cost function.
   2. Find the total cost and average cost per unit for producing 2500 units.
2. The total cost function for a commodity is $C = 3x^2 + 20x + 1000$. Find the Marginal Cost (MC) and Average Cost (AC) when the production is 10 units.
3. What is market equilibrium?
4. Given the correlation coefficients $r_{12} = 0.7$, $r_{13} = 0.6$, and $r_{23} = 0.4$ for three variables, calculate the value of the coefficient of multiple determination $R^2_{1(23)}$.
5. Show that, $\sigma^2_{1.2} = \sigma^2_1 \,(1 - r^2_{12})$
6. Given the correlation coefficients $r_{12} = 0.80$, $r_{13} = 0.60$, and $r_{23} = 0.70$ for three variables, find the value of the partial correlation coefficient $r_{12.3}$.
7. If $b_{12.3} = 0.64$, $\sigma_{1.3} = 2$, $\sigma_{2.3} = 3$ then find $r_{12.3}$.

Q.2.A. A milk processing plant has a total daily cost of $C = \frac{x^2}{20} + 40x + 100$ to produce x packets of Paneer. The demand function for Paneer is $x = 300 - 5p$. **05**

1. How many packets of Paneer should be produced daily to maximize profit?
2. What will be the maximum profit amount?

B. When the price of a specific type of smartphone was ₹ 20,000, its monthly demand was 500 units. During the festive season, the company reduced the price to ₹ 15,000, and the demand increased to 800 units. If the demand function for the smartphone is P = $\sqrt{a - bx}$, then : **05**

1. Find the values of the constants a and b.
2. If the company further reduces the price to ₹ 10,000, what will be the expected demand (x)?

C. A student has a total of ₹ 200 to spend on stationery. They want to buy notebooks (x) and pens (y). If the price of one notebook is ₹ 20 and the price of one pen is ₹ 10 and their utility function is represented by $u = xy + 4x$, how many notebooks and pens should they buy to obtain maximum utility within their budget? **04**

OR

A. Prove that as usual notation, **05**

$$\eta = \frac{AR}{AR - MR}$$

B. For a newly launched Smartwatch, the market demand and supply functions are given below : **05**

Demand Function (D) : $x = 130 - 4p$

Supply Function (S) : $p = 10 + \frac{x}{5} + \frac{x^2}{100}$

Where x represents the quantity of smartwatches (in thousands) and p represents the price per unit (in hundreds).

Find the equilibrium price (p) and equilibrium quantity (x) for this smartwatch in the market.

C. In a textile factory, the production of cloth (Q) is represented by the following function : **04**

$$Q = kL^{\beta} K^{1-\beta}$$

Where Q represents the meters of cloth, L represents labor hours, and K represents machine hours.

If using 1,000 labor hours with 50 machine hours produces 2,000 meters of cloth, and using 4,000 labor hours with the same 50 machine hours produces 4,000 meters of cloth, then :

1. Find the values of the constants k and β.
2. Estimate the production of cloth if 2,500 labor hours and 80 machine hours are used.

Q.3.A. A researcher wants to study the effect of fertilizer and irrigation on the cotton crop yield. The following information has been obtained from five different farms : **14**

Farm	Fertilizer (X_1) (kg)	Cotton Yield (X_2) (quintals)	Irrigation (X_3) (hours)
1	5	20	14
2	8	22	16
3	9	27	17
4	11	29	18
5	12	32	20

Calculate:

1. Obtain the Regression Equation of X_2 on X_1 and X_3.
2. Estimate the Cotton Yield (X_2) when Fertilizer (X_1) is 45 kg and Irrigation (X_3) is 20 hours.
3. Calculate the Partial Correlation Coefficient $r_{23.1}$.
4. Find the Multiple Correlation Coefficient $R_{1(23)}$.

OR

Q.3.A. If $\overline{X}_1 = 14$, $\overline{X}_2 = 18$, $\overline{X}_3 = 10$, $\sigma_1 = 3$, $\sigma_2 = 5$, $\sigma_3 = 1.5$, $r_{12} = 0.8$, $r_{13} = 0.6$, $r_{23} = 0.5$, then obtain regression equation of X_1 on X_2 and X_3 and estimate the value of X_1 when $X_2 = 16$ and $X_3 = 12$. **07**

B If $\sigma_1 = 2$, $\sigma_2 = 4$, $\sigma_3 = 0.8$, $r_{12} = 0.45$, $r_{13} = 0.55$, and $r_{23} = 0.70$ then find $\sigma_{2.13}$ and $R_{1(23)}$. **07**

Q.4. Answer any three of the following questions. **12**

1. Explain the price elasticity of demand and its interpretation.
2. A researcher is analyzing factors affecting the risk of heart disease. From a random sample of 200 individuals, the following correlation coefficients were obtained :
   Correlation between Blood Pressure (X_1) and Body Weight (X_2) : $r_{12} = 0.60$
   Correlation between Blood Pressure (X_1) and Age (X_3) : $r_{13} = 0.75$
   Correlation between Body Weight (X_2) and Age (X_3): $r_{23} = 0.40$
   Calculate :
   1. Find the partial correlation coefficient between Blood Pressure and Weight, keeping Age (X_3) constant ($r_{12.3}$).
   2. Find the multiple correlation coefficient $R_{1(23)}$ representing the joint effect of Weight and Age.
3. The following details are available for three variables :
   $\overline{X}_1 = 60$, $\overline{X}_2 = 70$, $\overline{X}_3 = 80$
   $\sigma_1 = 10$, $\sigma_2 = 15$, $\sigma_3 = 20$
   $r_{12} = 0.65$, $r_{13} = 0.45$, $r_{23} = 0.75$
   Based on this information :
   1. Find the values of regression coefficients $b_{21.3}$.
   2. Calculate variance $\sigma^2_{2.13}$.
4. Give the definition of multiple correlation coefficient and prove that as usual notation.
   $$R^2_{1(23)} = 1 - \frac{\sigma^2_{1.23}}{\sigma^2_1}$$
5. Prove that as the usual notation that,
   $$r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{1 - r^2_{13}}\sqrt{1 - r^2_{23}}}$$